

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Российская академия наук

Российский национальный комитет
по теоретической и прикладной механике

ХІІІ ВСЕРОССИЙСКИЙ СЪЕЗД ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ

Сборник тезисов докладов в 4 томах

21–25 августа 2023 года
Санкт-Петербург

Т о м 3

МЕХАНИКА
ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА



ПОЛИТЕХ-ПРЕСС

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Санкт-Петербург
2023

УДК 531/534
ББК 22.2
В85

ХIII Всероссийский Съезд по теоретической и прикладной механике : сборник тезисов докладов в 4 томах, 21–25 августа, 2023 г., Санкт-Петербург. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – 1282 с.

Том 3 содержит расширенные тезисы пленарных докладов Съезда, устных и стендовых докладов секции III.

ISBN 978-5-7422-8282-2 (т. 3)
ISBN 978-5-7422-8279-2
doi:10.18720/SPBPU/2/id23-629

© Российская академия наук, 2023
© Российский национальный комитет
по теоретической и прикладной механике, 2023
© Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого, 2023

ОРГАНИЗАТОРЫ СЪЕЗДА

Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике
Российская академия наук

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ

Министерства науки и высшего образования Российской Федерации
Правительства Санкт-Петербурга
Санкт-Петербургского государственного бюджетного учреждения
«Конгрессно-выставочное бюро»

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ПАРТНЕР

ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра
Великого»

ПАРТНЕРЫ

ПАО «Газпром нефть»
МГУ
СПбГУ
ИПМаш РАН
ФАУ «Центральный аэрогидродинамический институт
имени профессора Н.Е. Жуковского»
ООО «АСКОН-Системы проектирования» (Консорциум «Развитие»)

СПОНСОРЫ

АО «НПО Спецматериалов»
АО «Институт новых углеродных материалов и технологий»
ООО «ФИДЕСИС»
ООО «ФИАНУМ ЛАБ»

ОРГКОМИТЕТ

Горячева Ирина Георгиевна, Рудской Андрей Иванович – сопредседатели
Боровков Алексей Иванович, Кривцов Антон Мирославович – заместители председателя
Арсеньев Дмитрий Германович, Бабешко Владимир Андреевич, Беляев Александр Константинович, Гайфуллин Александр Марксович, Гильманова Асия Тагировна, Губайдуллин Дамир Анварович, Карев Владимир Иосифович, Климов Дмитрий Михайлович, Козлов Валерий Васильевич, Корнеев Сергей Евгеньевич, Левин Владимир Алексеевич, Матвеев Валерий Павлович, Морозов Никита Федорович, Мулюков Радик Рафикович, Нигматуллин Роберт Искандерович, Пешехонов Владимир Григорьевич, Полянский Владимир Анатольевич, Сергеев Виталий Владимирович, Сильников Михаил Владимирович, Суржиков Сергей Тимофеевич, Сыпало Кирилл Иванович, Федоров Михаил Петрович, Фомин Василий Михайлович, Черноусько Феликс Леонидович, Чернышев Сергей Леонидович, Хасанов Марс Магнавиевич, Хомич Владислав Юрьевич, Шмотин Юрий Николаевич

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Горячева Ирина Георгиевна – председатель
Кривцов Антон Мирославович – заместитель Председателя
Кузькин Виталий Андреевич – ученый секретарь
Аннин Б.Д., Афанасьев А.А., Бабешко В.А., Бауэр С.М., Беляев А.К., Васильев В.В., Ганиев Р.Ф., Гайфуллин А.М., Губайдуллин Д.А., Ерофеев В.И., Журавлев В.Ф., Индейцев Д.А., Карев В.И., Климов Д.М., Куликовский А.Г., Козлов В.В., Левин В.А., Ломакин Е.В., Матвеев В.П., Морозов Н.Ф., Мулюков Р.Р., Нигматуллин Р.И., Павленко А.Н., Петров Ю.В., Порубов А.В., Полянский В.А., Ребров А.К., Решмин С.А., Романов А.Е., Садовский В.М., Сильников М.В., Смирнов Н.Н., Сыпало К.И., Суржиков С.Т., Фомин В.М., Черноусько Ф.Л., Чернышев С.Л., Якуш С.Е.

ЛОКАЛЬНЫЙ ОРГКОМИТЕТ

Княгинин В.Н., Боровков А.И. – сопредседатели
Кривцов А.М. – заместитель председателя
Кузькин В.А. – секретарь
Азаренков С.С., Арсеньев Д.Г., Беляев А.К., Владимиров С.С., Гильманова А.Т., Греков М.А., Иванова В.С., Карпов Д.А., Корнеев С.Е., Кустова Е.В., Максимов А.С., Микушев С.В., Пашоликов М.А., Полянский В.А., Селюгин А.С., Сергеев В.В., Сильников М.В., Соколов А.Ю., Сорокин П.П., Тихонов А.А., Фролов М.Е.

Краткое содержание

СЕКЦИЯ III. Механика деформируемого твердого тела	6
Подсекция III-1. Теория упругости и вязкоупругости, термомеханика деформируемых тел...	37
Подсекция III-2. Теория пластичности и ползучести	222
Подсекция III-3. Динамические процессы в деформируемых средах	331
Подсекция III-4. Механика разрушения и повреждений.....	490
Подсекция III-5. Механика контактного взаимодействия	733
Подсекция III-6. Механика неоднородных сред и композитов, структурная механика	816
Подсекция III-7. Механика дискретных сред, неклассические модели механики сплошных сред	1077
Подсекция III-8. Проблемы оптимизации, идентификации и надежности	1188

СЕКЦИЯ III

Механика деформируемого твердого тела

СЕКЦИЯ III

Подсекция III-4

Механика разрушения и повреждений

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПАСПОРТА ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Рычков Б.А., Комарцов Н.М., Гончарова И.В., Кулагина М.А.

Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина
komartsovm@mail.ru

Аннотация. Паспортом прочности горных пород при объемном напряженном состоянии считается огибающая к наибольшим предельным кругам напряжений Мора, построенным в плоскости нормального и касательного напряжений, что регламентируется соответствующим ГОСТом. Различные эмпирические линии огибающей (прямолинейная, парабола и некоторые другие) имеют ограниченную область применимости как для видов напряженного состояния, так и для типов пород. Этот недостаток устраняется при использовании предлагаемого критерия прочности, устанавливающего связь между главными напряжениями в диапазоне их определения при стандартных испытаниях цилиндрических образцов пород по схеме Кармана.

Введение

Согласно ГОСТ 21153.8–88 [1] паспортом прочности горных пород при объемном напряженном состоянии считается огибающая к наибольшим предельным кругам напряжений Мора, построенным в плоскости нормального (σ) и касательного (τ) напряжений по результатам измерения главных напряжений ($\sigma_i, i=1,2,3$). Эти круги в лабораторных условиях получаются в эксперименте при нескольких видах трехосного сжатия цилиндрических образцов по схеме Кармана ($\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$), а также при растяжении и одноосном сжатии.

При заданном напряженном состоянии образца горной породы, имеем:

$$\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2, \quad (1)$$

где главные напряжения σ_1, σ_3 соответствуют моменту наступления разрушения образца.

Уравнение (1) (для удобства его исследования) записывается в виде:

$$\varphi(\sigma, \tau, \sigma_1) = \sigma^2 + \tau^2 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sigma + \sigma_1\sigma_3 = 0, \quad (2)$$

где параметром семейства уравнений (φ) является напряжение σ_1 .

Согласно известной теореме [2], огибающая семейства уравнений вида (2) должна удовлетворять также уравнению:

$$\varphi_{\sigma_1}(\sigma, \tau, \sigma_1) = 0 \quad (\varphi_{\sigma_1} = \partial \varphi / \partial \sigma_1). \quad (3)$$

Решением системы уравнений (2)–(3) будут координаты огибающей:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1 \sigma'_3}{1 + \sigma'_3}, \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma'_3} \sqrt{\sigma'_3} \left(\sigma'_3 = \frac{\partial \sigma_3}{\partial \sigma_1} \right). \quad (4)$$

Выбор критерия прочности

Различные эмпирические линии огибающей (прямолинейная, парабола и т.д. [3] – [8]) имеют ограниченную область применимости как для видов напряженного состояния, так и для типов пород. Для построения удовлетворяющего эксперименту паспорта прочности необходимо знать зависимость между главными напряжениями на пределе прочности, т.е. соответствующий критерий прочности.

Уравнение круга Мора в главных осях тензора напряжений представляет собой уравнение гиперболы. Поэтому целесообразно искать зависимость между максимальным (σ_1) и минимальным (σ_3) главными напряжениями также в виде гиперболы.

Искомый результат представления зависимости $\sigma_3 = \sigma_3(\sigma_1)$ достигается элементарно непосредственно из канонического уравнения (в декартовых координатах X, Y) сопряженной гиперболы со сдвигом (X_0, Y_0) относительно центра симметрии [9]:

$$\frac{(x-x_0)^2}{b^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = -1. \quad (5)$$

Из (5) выразим координату y :

$$y = y_0 + \sqrt{\frac{(x-x_0)^2}{b^2} a^2 + a^2}. \quad (6)$$

Далее полагаем:

$$x = \sigma_1, \quad y = \sigma_3, \quad (7)$$

а константы A , x_0 , y_0 и отношение $(a/b)^2$ представим в виде:

$$a = B, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = A, \quad (a/b)^2 = Q, \quad (Q \leq 1). \quad (8)$$

В итоге получим:

$$\sigma_3 = A + \sqrt{Q\sigma_1^2 + B^2} \quad (A, B, Q - \text{const}), \quad (9)$$

Данная формула представляет собой модифицированный критерий прочности горных пород. Его применение продемонстрируем, используя экспериментальные данные для нескольких горных пород, для которых механические характеристики представлены в монографии [4].

Введем дополнительно следующие обозначения:

$c = \sigma_3 / \sigma_1$ – характеризует вид напряженного состояния,

σ_c – предел прочности на одноосное сжатие,

σ_p^t, σ_p^e – соответственно теоретический и экспериментальный пределы прочности на одноосное растяжение,

$\sigma_1(c_i)$ ($i=1,2$) – напряжения из набора экспериментальных данных при осуществленных видах напряженного состояния, принимаемые в качестве опорных точек при определении материальных параметров A, B, Q , т.е. полагается $\sigma_1(c_1) = \sigma_{1(1)}, \sigma_1(c_2) = \sigma_{1(2)}$.

Для определения введенных материальных параметров в число исходных данных нет необходимости вводить в рассмотрение предел прочности на растяжение. Достаточно последовательно использовать формулу (9) следующим образом: в качестве исходных данных при $Q = 1$ выбираются экспериментальные значения пределов прочности при одноосном сжатии ($c = c_0 = 0$) и при наибольшем (осуществленном в опыте) виде объемного напряженного состояния (c_2); а при $Q \neq 1$ к первым двум видам напряженного состояния добавляется рассмотрение еще при одном значении параметра $c_1 \in (c_0, c_2)$. Из полученной таким образом системы уравнений находятся искомые параметры A, B, Q . Результаты их определения представлены в таблице 1 (размерность напряжений принята такой, как указано в [4]).

Таблица 1. К определению материальных параметров, входящих в модифицированный критерий прочности

σ_c	$\sigma_{1(1)}$	c_1	$\sigma_{1(2)}$	c_2	A	Q	B	σ_p^t	σ_p^e
Талькохлорит									
945	-	-	5480	0,51	-3815,3	1	3696,5	-118,9	-130
Известняк Д-6									
1845	4050	0,116	8090	0,233	-3496,3	0,2697	3362,4	-133,9	120
Песчаник П-О									
2350	5090	0,116	9865	0,223	-3563,0	0,223	3385,4	-177,6	-208
Песчаник П-01									
2320	5000	0,116	10825	0,227	-2429,7	0,1608	2244,5	-185,2	-200
Песчаник П-03									
2810	5760	0,116	13200	0,227	-2157,7	0,1317	1901,5	-256,2	-250

Песчаник Д-8									
1340	-	-	8000	0,321	-10827,4	1	10744,21	-83,2	-50
Песчаник П-026									
1369	3259	0,116	8243	0,232	-1366,26	0,134	1270,71	-95,5	-70
Мрамор-I									
1160	-	-	17670	0,515	-12531,4	1	12477,6	-53,8	-45
Мрамор-II									
765	-	-	8520	0,508	-6154,14	1	6106,4	-47,7	-50
Кварцевый диорит Д-2									
2385	5305	0,116	15035	0,227	-1510,16	0,099	1309,1	-201,0	-190
Диабаз									
2020	6100	0,182	9095	0,227	-18012,5	1	17898,9	-113,6	-150
Известняк (Эстонсланец)									
792	1706	0,192	3720	0,322	-583,54	0,214	453,89	-129,6	-38
Каменная соль									
330	576	0,116	958	0,238	-1659,8	1	1626,6	-33,1	-23,5

На рисунке 1, в качестве примера, приведены круги Мора и огибающие к ним для талькохлорита.

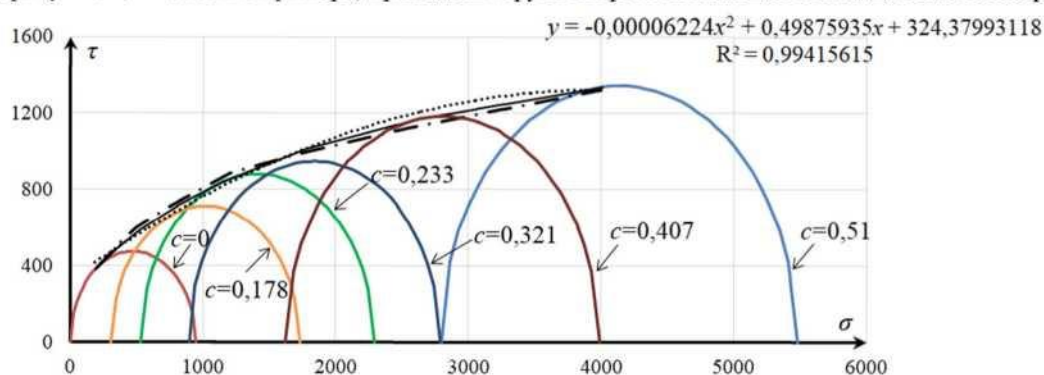


Рис.1. Круги Мора и огибающие к ним для талькохлорита:
штрихпунктир – эмпирическая огибающая, сплошная линия – расчетная огибающая,
пунктир – линия тренда, аппроксимирующая расчетную огибающую с достоверностью R^2

Заключение

Согласно ГОСТ 21153.3-88, для составления паспорта прочности горных пород (т.е. для построения огибающей к предельным наибольшим кругам напряжений Мора) надо знать пределы прочности не менее чем при пяти видах напряженного состояния: при одноосном сжатии и растяжении, а также не менее чем при трех видах трехосного (объемного) сжатия. В то время как при применении предлагаемого модифицированного критерия прочности максимальное количество исходных экспериментальных данных не превышает трех. Этих данных достаточно для прогноза значений пределов прочности на растяжение большого количества рассмотренных нами горных пород и для построения огибающей к наибольшим предельным кругам напряжений Мора во всем диапазоне их экспериментального наблюдения.

Литература

1. ГОСТ 21153.3-88 // Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии. М.: Изд-во стандартов, 1988. – 15 с.
2. А.В. Погорелов // Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1974. 178 с.
3. Т.Б. Дуйшеналиев, К.Т. Койчуманов // Уравнение огибающей линии предельных кругов напряжений. Бишкек: Илим, 2006. 130 с.
4. А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня // Пластичность горных пород. М.: Недра, 1979. 301 с.
5. Mao-hong Yu. // Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th Century, Appl. Mech. Rev. vol 55, no 3, 2002. 169-218.

6. Г.Г. Литвинский // Аналитическая теория прочности горных пород и массивов. Донецк: Норд-Пресс, 2008. 207 с.
7. Abigail Hackston, and Ernest Rutter // The Mohr–Coulomb criterion for intact rock strength and friction – a re-evaluation and consideration of failure under polyaxial stresses, *Solid Earth*, 7, 2016. 493-508.
8. М.М. Протодяконов, Е.И. Ильницкая, В.И. Карпов // Методы исследования механических свойств горных пород в условиях объемного напряженного состояния, в кн.: Механические свойства горных пород. М.: Изд-во АН СССР. 1963. 38–56.
9. А.В. Погорелов // Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1968. 176 с.